

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФАКУЛЬТЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ**

**КАФЕДРА «МЕХАНИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ЗАВОДОВ ЧЕРНОЙ МЕТАЛЛУРГИИ»  
ИМ. ПРОФ. СЕДУША В.Я.**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к проведению практических занятий по дисциплине вариативной части**

**по выбору студента профессионального цикла**

### **ДИНАМИКА МАШИН**

**для студентов всех форм обучения**

**направления подготовки 15.03.02**

**«Технологические машины и оборудование»**

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ  
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ДОНЕЦКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФАКУЛЬТЕТ ИНЖЕНЕРНОЙ МЕХАНИКИ И МАШИНОСТРОЕНИЯ**

**КАФЕДРА «МЕХАНИЧЕСКОЕ ОБОРУДОВАНИЕ ЗАВОДОВ ЧЕРНОЙ  
МЕТАЛЛУРГИИ» ИМ. ПРОФ. СЕДУША В.Я.**

## **МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

**к проведению практических занятий по дисциплине вариативной части**

**по выбору студента профессионального цикла**

### **ДИНАМИКА МАШИН**

**для студентов всех форм обучения**

**направления подготовки 15.03.02**

**«Технологические машины и оборудование»**

Рассмотрены на заседании  
кафедры «Механическое оборудование  
заводов черной металлургии»  
им. проф. Седуша В.Я.  
Протокол № 11 от 03.04.2017 г.

Утверждены на заседании  
учебно-издательского совета ДОННТУ  
Протокол № \_\_\_\_ от \_\_.\_\_. 20\_\_ г.

УДК 53.083

Методические указания к проведению практических занятий по дисциплине вариативной части по выбору студента профессионального цикла «Динамика машин» для студентов всех форм обучения направления подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование» / сост.: А. Л. Сотников. – Донецк: ГОУВПО «Донецкий национальный технический университет», 2017. – 45 с.

Отражены цели и задачи практических занятий по дисциплине «Динамика машин» для студентов всех форм обучения по направлению подготовки 15.03.02 «Технологические машины и оборудование». Описаны структура занятий, порядок подготовки к ним, последовательность операций и действий, направленных на выполнение поставленных задач, даны рекомендации по использованию теоретического материала.

*Составители:* Сотников А.Л., д.т.н., доцент, профессор кафедры «Механическое оборудование заводов черной металлургии» им. проф. Седуша В.Я.

*Рецензенты:* д.т.н., профессор А.П. Кононенко  
к.т.н., доцент Е.В. Ошовская

Ответственный за выпуск:  
д. т. н., профессор С. П. Еронько

## **ЗМІСТ**

<b>ПЕРЕДМОВА .....</b>	<b>4</b>
<b>1. СТАТИЧНЕ ЗРІВНОВАЖУВАННЯ</b>	
<b>МАС ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ .....</b>	<b>5</b>
<b>2. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ</b>	
<b>ПІД ДІЄЮ ДОДАНИХ СИЛ .....</b>	<b>15</b>
<b>3. АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМІВ</b>	
<b>І ЗАХИСТ МАШИН ВІД ВІБРАЦІЇ .....</b>	<b>25</b>
<b>4. ВКАЗІВКИ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ .....</b>	<b>40</b>
<b>СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....</b>	<b>44</b>



## ПЕРЕДМОВА

Метою дисципліни "Динаміка металургійних машин" є вивчення науково-теоретичних основ і закономірностей побудови механізмів і машин, так як знання видів механізмів та їх кінематичних і динамічних властивостей необхідно для розуміння принципів роботи окремих механізмів та їх взаємодії в машині.

Метою практичних занять з дисципліни є відпрацювання вміння виконувати розрахунки із динамічного синтезу та аналізу механізмів.

Предметом дисципліни є теоретичні залежності, які пов'язують основні кінематичні та динамічні параметри механізмів і машин.

В методичних рекомендаціях приведено основні практичні завдання із наступних тем дисципліни:

1. Статичне зрівноважування мас плоских механізмів
2. Дослідження руху механізму під дією доданих сил
3. Аналіз коливань механізмів і захист машин від вібрації

# 1. СТАТИЧНЕ ЗРІВНОВАЖУВАННЯ МАС ПЛОСКИХ МЕХАНІЗМІВ

**Задача 1.1.** Визначити маси противаг  $m_{n1}$ ,  $m_{n2}$ , що встановлюються на кривошипі  $AB$  і пряміле  $BC$  лемнісчатного механізму для опускання завантажувального конуса доменної печі, необхідних для повного урівноваження головного вектора сил інерції всіх ланок механізму. Координати центрів мас противаг  $l_{AS1}$ ,  $l_{BS2}$ , центрів мас ланок  $l_{AS1}=l_{DS3}$ ,  $l_{BS2}$ . Довжини ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ; маси ланок  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ . Конус масою  $m_k$  підвішено в центрі мас  $S_2$  прямої  $BC$  (рисунок 1, 0; таблиця 1).

Таблиця 1

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AS1}$ , мм	3,4	3,3	3,5	3,2	3,6	3,7	3,65	3,35	3,42	3,6
$l_{BS1}$ , мм	1,2	1,15	1,25	1,25	1,4	1,5	1,45	1,2	1,28	1,3
$l_{AS1}=l_{DS3}$ , мм	0,4	0,38	0,42	0,35	0,45	0,5	0,48	0,44	0,46	0,41
$l_{BS2}$ , мм	1,25	1,23	1,26	1,2	1,2	1,29	1,27	1,24	1,25	1,23
$l_{AB}=l_{CD}$ , мм	0,73	0,7	0,75	0,65	0,8	0,78	0,74	0,68	0,72	0,7
$l_{BC}$ , мм	2,5	2,46	2,52	2,4	2,6	2,58	2,54	2,48	2,5	2,46
$m_1=m_3$ , кг	250	246	252	240	260	258	262	238	254	260
$m_2$ , кг	1200	1150	1240	1232	1400	1370	1440	1150	1230	1380
$m_k$ , кг	22500	20000	22000	21800	24000	23500	25000	21000	22000	24200

**Задача 1.2.** Визначити координати центрів мас противаг  $l_{AS1}$  і  $l_{BS2}$ , що встановлюються на кривошипі і шатуні механізму шарнірного чотирьохланкового (рисунок 1, 1; таблиця 2) та необхідних для повного урівноваження головного вектора сил інерції цього механізму. Задані розміри ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ , координати центрів мас ланок  $l_{AS1}$ ,  $l_{BS2}$ ,  $l_{CS3}$ , а також маси ланок  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$  і маси противаг  $m_{n1}$  і  $m_{n2}$ .

При вирішенні завдання виходити з умови, що загальний центр мас рухливих ланок механізму є нерухомим і знаходиться на прямий  $AD$ .

Таблиця 2

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}$ , мм	80	90	100	110	120	130	140	150	160	70
$l_{BC}$ , мм	270	300	330	370	400	430	460	500	530	330
$l_{CD}$ , мм	190	210	230	260	280	300	320	350	370	160
$l_{AS1}$ , мм	50	55	65	70	75	85	90	100	110	45
$l_{BS2}$ , мм	135	150	170	180	200	220	240	260	270	120
$l_{CS3}$ , мм	90	100	110	120	130	140	160	165	180	77
$m_1$ , кг	0,07	0,08	0,08	0,09	0,1	0,1	0,11	0,12	0,13	0,06
$m_2$ , кг	0,55	0,60	0,67	0,75	0,8	0,87	0,94	1,0	1,1	0,47
$m_3$ , кг	0,28	0,30	0,34	0,37	0,4	0,44	0,48	0,51	0,54	0,20
$m_{n1}$ , кг	3,3	3,7	4,0	4,5	4,9	5,2	5,6	6,0	6,4	2,8
$m_{n2}$ , кг	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,6	2,8	3,0	3,2	1,4

**Задача 1.3.** Пневмодвигун (рисунок 1, 2; таблиця 3) складається з двох кривошипно-повзунних механізмів і зубчастої передачі, що забезпечує синхронне обертання кривошипів, кутові координати яких зв'язані співвідношенням  $\varphi_2 = \varphi_1 + 180^\circ$ . Підібрати маси  $m_n$  противаг для кожного кривошипно-повзунного механізму, що забезпечують зрівноважування горизонтальної складової головного вектора сил інерції всіх ланок і першу гармоніку вертикальної складової. Геометричні розміри і маси відповідних ланок механізмів рівні між собою. Маси кривошипа, шатуна і повзуна позначені відповідно  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ , а розміри ланок -  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ . Координати центрів мас ланок і противаги рівні  $l_{AS1}$ ,  $l_{BS2}$ ,  $l_{ASn}$ .

*Вказівка.* При вирішенні завдання масу  $m_n$  визначити як суму мас  $m_{n2}$  і  $m_{n3}$  із загальним центром в точці  $S_n$ . Масу  $m_{n2}$  слід знайти з умови зрівноважування вертикальної складової головного вектора сил інерції. Для цього статично роз-

містити масу шатуна в точках  $B$  та  $C$  і потім визначити  $m_{n2}$  виходячи з того, що загальний центр розміщених на кривошипі мас є нерухомим і збігається з точкою  $A$ . Перед визначенням маси  $m_{n6}$  необхідно насамперед обґрунтувати принципову можливість врівноваження першої гармоніки вертикальних складових на обох механізмах за допомогою двох обертових мас. Слід також мати на увазі, що

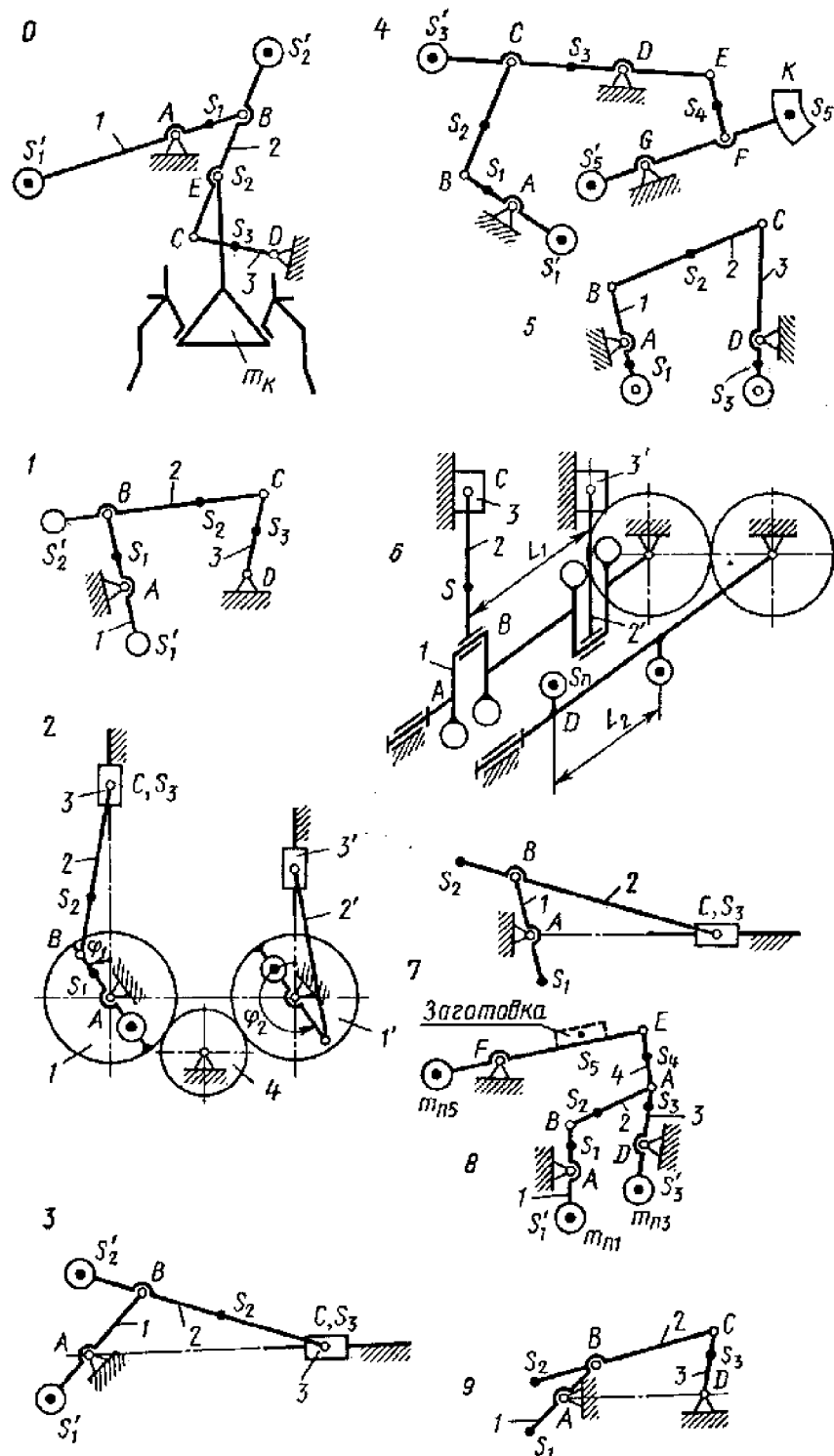


Рисунок 1 - До статичного врівноважування мас плоских механізмів

Таблиця 3

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}$ , мм	20	25	30	50	32	38	40	22	42	26
$l_{BC}$ , мм	170	180	225	425	270	330	340	175	315	220
$l_{AS1}$ , мм	10	10	13	25	16	19	20	12	18	13
$l_{BS2}$ , мм	40	45	56	105	68	80	85	46	78	52
$l_{ASп}$ , мм	50	50	62	110	72	85	90	45	86	65
$m_1$ , кг	1,5	1,8	2,2	4,0	2,5	3,0	3,2	1,7	3,0	2,0
$m_2$ , кг	4,4	5,5	7,0	12	8,0	9,0	10,0	5,0	10	5,7
$m_3$ , кг	6,0	6,0	7,5	19	12	15	15,0	5,8	11	8,0

перша гармоніка сили інерції  $P_u^1$  від маси  $m_6$ , розміщеної в точці  $B$ , визначається за формулою  $P_u^1 = m_B l_{AB} \omega^2 \cos \varphi$ , де  $\varphi$ ,  $\omega$  - кутова координата та швидкість обертання кривошипа.

**Задача 1.4.** Визначити маси противаг  $m_{n1}$  і  $m_{n2}$ , які необхідно встановити на кривошипі  $AB$  і шатуні  $BC$  для повного урівноваження головного вектора сил інерції всіх ланок кривошипно-повзунного механізму (рисунок 1, 3; таблиця 4), якщо координати центрів мас  $S'_1$  і  $S'_2$  цих противаг рівні  $l_{AS1}$  і  $l_{BS2}$ , а координати центрів мас  $S_1$  і  $S_2$  ланок мають значення  $l_{AS1}$  і  $l_{BS2}$ . Маси ланок рівні  $m_1$ ,  $m_2$  і  $m_3$ , а розміри ланок  $l_{AB}$  і  $l_{BC}$ .

**Задача 1.5.** Визначити координати центрів мас противаг  $l_{AS'1}$ ,  $l_{DS'3}$ ,  $l_{GS'5}$ , встановлених на ланках 1, 3 і 5 механізму хитання кристалізатора  $K$  машини безперервного лиття заготовок, призначених для повного урівноваження головного вектора сил інерції цього механізму (рисунок 1, 4; таблиця 5).

Задані розміри ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ,  $l_{DE}$ ,  $l_{EF}$ ,  $l_{GF}$ , координати центрів мас  $l_{AS1}$ ,  $l_{BS2}$ ,  $l_{DS3}$ ,  $l_{ES4}$ ,  $l_{GS5}$ ; маси ланок  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$ , (з урахуванням маси рідкого металу в кристалізаторі); маси противаг  $m_{n1}$ ,  $m_{n3}$ ,  $m_{n5}$ .

Таблиця 4

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}$ , мм	100	110	120	90	80	70	60	130	140	150
$l_{BC}$ , мм	300	340	350	280	250	200	190	400	420	500
$l_{AS1}$ , мм	75	80	90	70	60	55	45	100	100	110
$l_{BS2}$ , мм	200	230	250	180	160	140	120	250	275	300
$l_{AS1}$ , мм	500	400	300	450	400	300	250	600	650	600
$l_{BS2}$ , мм	200	210	250	180	150	130	120	250	270	250
$m_1$ , кг	0,1	0,15	0,2	0,1	0,08	0,07	0,07	0,15	0,14	0,15
$m_2$ , кг	0,7	0,75	0,8	0,6	0,55	0,5	0,45	0,9	1,0	1,1
$m_3$ , кг	0,8	0,9	1,0	0,7	0,65	0,55	0,5	1,0	1,1	1,2

Таблиця 5

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$l_{AB}$ , м	0,4	0,42	0,38	0,45	0,5	0,48	0,38	0,51	0,49	0,6
$l_{BC}$ , м	1,4	1,48	1,36	1,5	1,7	1,74	1,56	1,8	1,78	2,1
$l_{CD}$ , м	2,3	2,5	2,42	2,6	2,74	3,0	2,92	3,2	3,1	3,5
$l_{DE}$ , м	1,8	1,9	1,86	1,92	2,0	2,4	2,36	2,6	2,54	2,9
$l_{EF}$ , м	2,2	2,3	2,26	2,32	2,4	2,85	2,8	3,1	3,04	3,4
$l_{GF}$ , м	1,9	2,0	1,96	2,1	2,15	2,6	2,48	2,75	2,7	3,1
$l_{AS1}$ , м	0,25	0,2	0,19	0,3	0,35	0,28	0,22	0,29	0,26	0,35
$l_{BS2}$ , м	0,6	0,7	0,58	0,65	0,8	0,82	0,72	0,86	0,84	1,0
$l_{DS3}$ , м	1,2	0,5	М	0,8	1,7	0,6	1,3	1,0	1,6	1,2
$l_{ES4}$ , м	1,0	1,1	1,16	1,2	1,25	1,3	1,5	1,6	1,45	2,0
$l_{GS5}$ , м	2,6	2,7	2,64	2,81	3,0	3,4	3,25	3,6	3,5	3,8
$m_1$ , кг	400	390	420	430	425	450	440	410	380	430

Продовження таб. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$m_2$ , кг	600	650	680	690	700	685	590	620	570	670
$m_3$ , кг	1200	1300	1360	1380	1400	1370	1250	1300	1150	1345
$m_4$ , кг	1000	1100	1160	1180	1200	1170	1150	1100	1000	1145
$m_5$ , кг	6600	6700	6760	6800	7000	6900	6820	6750	6800	6780
$m_{n1}$ , кг	620	670	700	710	720	705	610	650	600	700
$m_{n3}$ , кг	600	650	680	690	700	685	600	630	590	680
$m_{n5}$ , кг	4200	4300	4360	4400	4500	4450	4600	4550	4600	4580

*Вказівка.* Якщо при рішенні задачі опиниться, що координата центру мас противаги має негативний знак, противагу слід помістити з іншого боку нерухомої опори відповідної ланки.

**Задача 1.6.** Визначити координати центрів мас  $l_{AS1}$  і  $l_{CS3}$ , ланок 1 і 3 з противагами механізму шарнірного чотирьохланковика (рисунок 1, 5; таблиця 6) при повному статичному зрівноважуванні цього механізму. Задані розміри ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$  і положення центру мас шатуна  $l_{BS2}$ . Маса ланок рівні  $m_1$ ,  $m_2$  і  $m_3$ .

Таблиця 6

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}$ , м	150	140	130	120	110	100	100	90	80	70
$l_{BC}$ , м	320	300	280	260	230	210	250	220	200	175
$l_{CD}$ , м	290	270	250	230	210	190	200	180	160	140
$l_{BS2}$ , м	160	150	140	130	120	110	125	110	90	85
$m_1$ , кг	3,0	2,8	2,6	2,4	2,2	2,0	2,0	1,8	1,6	1,4
$m_2$ , кг	6,0	5,6	5,2	4,8	4,4	4,0	4,5	4,0	3,6	3,1
$m_3$ , кг	5,0	4,7	4,3	4,0	3,7	3,3	3,5	3,1	2,8	2,5

**Задача 1.7.** Маса механізмів двоциліндрового двигуна (рисунок 1, 6; таблиця 7) підібрані так, що невірноваженою залишається тільки вертикальна складова головного вектора сил інерції ланок кожного з кривошипно-повзунних механізмів. Розміри і маси ланок обох механізмів збігаються. Так як кутові координати кривошипів зміщені відносно один одного на  $180^\circ$ , то перші гармоніки вертикальних складових сил інерції створюють істотний невірноважений момент, що лежить в площині руху центрів поршнів. Для його врівноваження встановлено додатковий вал з противагами, рух якого передається з допомогою двох однакових зубчастих коліс. Визначити маси противаг  $m_n$ , які необхідно встановити на додатковому валу, якщо задані: довжина кривошипа  $l_{AB}$ , шатуна  $l_{BC}$ , координата центру мас шатуна  $l_{BS}$  і противаги  $l_{DSn}$ , міжосьові відстані  $L_1$  і  $L_2$ , маса шатуна  $m_2$ , маса повзуна  $m_3$ .

Таблиця 7

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}$ , м	30	25	18	20	26	22	28	32	24	21
$l_{BC}$ , м	180	150	110	170	150	132	168	190	145	125
$l_{BS2}$ , м	60	50	37	57	50	44	56	64	49	42
$l_{DSn}$ , м	60	40	30	50	55	40	55	60	50	30
$L_1$ , м	180	160	150	160	155	140	180	200	220	170
$L_2$ , м	220	200	190	210	190	180	220	250	270	210
$m_2$ , кг	5,0	4,5	3,8	4,8	4,5	4,3	4,8	5,2	4,4	4,0
$m_3$ , кг	6,0	5,8	5,5	5,8	5,5	5,5	6,0	6,5	7,0	6,0

*Вказівка.* При виконанні завдання необхідно врахувати вплив на вертикальну складову сили інерції маси шатуна, для чого слід скористатись методом заміщуючих мас. Перша гармоніка сили інерції  $P_u^1$  від маси  $m_6$ , розміщеної в точці  $B$ , визначається за формулою  $P_u^1 = m_6 \omega^2 l_{AB} \cos \varphi$ , де  $\varphi$ ,  $\omega$  - кутова координата та швидкість обертання кривошипа.



**Задача 1.8.** Маса повзуна кривошипно-повзунного механізму (рисунки 1, 7; таблиця 8) дорівнює  $m_3$ . Підібрати маси ланок  $m_2$  і  $m_1$  шатуна  $BC$  і кривошипа  $AB$  таким чином, щоб головний вектор сил інерції всіх ланок механізму був урівноважений. Координати центрів мас  $S_1$  і  $S_2$  ланок  $AB$  і  $BC$  дорівнюють  $l_{AS1}$  і  $l_{BS2}$ . Розміри кривошипа і шатуна рівні відповідно  $l_{AB}$  і  $l_{BC}$ .

Таблиця 8

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m_3$ , кг	0,4	0,5	0,6	0,3	0,7	0,5	0,65	0,6	0,7	1,0
$l_{AB}$ , м	100	125	150	75	175	100	130	100	120	140
$l_{BC}$ , м	400	500	600	300	700	350	450	450	540	630
$l_{AS1}$ , м	100	130	140	70	180	90	120	110	130	180
$l_{BS2}$ , м	100	150	160	80	160	110	140	90	110	150

**Задача 1.9.** Визначити маси противаг  $m_{n1}$ ,  $m_{n3}$ ,  $m_{n5}$ , що встановлюються на ланках  $AB$ ,  $CD$  та  $EF$  шестиланкового шарнірного механізму підйомно-хитного столу тривалкового прокатного стану, необхідні для повного урівноваження головного вектора сил інерції (рисунки 1, 8; таблиця 9).

Задані розміри ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$ ,  $l_{CD}$ ,  $l_{EC}$ ,  $l_{EF}$ , координати центрів мас ланок  $l_{AS1}$ ,  $l_{BS2}$ ,  $l_{CS3}$ ,  $l_{ES4}$ ,  $l_{FS5}$ , маси ланок  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $m_4$  і  $m_5$  координати центрів мас противаг  $l_{AS'1}$ ,  $l_{DS'3}$ ,  $l_{FS'5}$ .

Таблиця 9

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$l_{AB}$ , м	0,35	0,21	0,27	0,30	0,36	0,41	0,44	0,29	0,33	0,39
$l_{BC}$ , м	1,2	1,24	1,3	1,36	1,15	1,32	1,4	1,18	1,42	1,27

Продовження таб. 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$l_{CD}, \text{ м}$	0,9	1,0	1,05	0,92	1,13	1,2	1,25	1,16	0,93	1,3
$l_{EC}, \text{ м}$	1,4	1,6	1,64	1,57	1,43	1,58	1,47	1,35	1,66	1,7
$l_{EF}, \text{ м}$	2,2	2,3	2,1	2,2	2,35	2,0	2,27	2,32	2,18	2,31
$l_{AS1}, \text{ м}$	0,14	0,08	0,12	0,17	0,15	0,20	0,25	0,14	0,16	0,19
$l_{BS2}, \text{ м}$	0,7	0,72	0,6	0,65	0,55	0,63	0,8	0,52	0,64	0,58
$l_{CS3}, \text{ м}$	0,4	0,5	0,6	0,4	0,55	0,62	0,7	0,6	0,43	0,62
$l_{ES4}, \text{ м}$	0,6	0,75	0,8	0,82	0,7	0,75	0,6	0,63	0,8	0,9
$l_{FS5}, \text{ м}$	1,2	1,3	1,1	1,2	1,35	1,1	1,4	1,45	1,32	1,5
$m_1, \text{ кг}$	300	280	290	320	292	340	336	312	308	318
$m_2, \text{ кг}$	450	400	420	440	460	470	445	456	424	437
$m_3, \text{ кг}$	800	820	780	840	760	790	850	825	835	810
$m_4, \text{ кг}$	1250	1200	1150	1300	1340	1400	1420	1320	1180	1100
$m_5, \text{ кг}$	3500	3200	3450	3630	3800	3750	3700	3900	3820	3600
$l_{AS'1}, \text{ м}$	0,42	0,38	0,44	0,5	0,52	0,47	0,4	0,58	0,54	0,48
$l_{DS'3}, \text{ м}$	1,0	0,9	1,1	1,15	1,18	0,92	0,94	0,96	1,27	1,3
$l_{FS'5}, \text{ м}$	1,4	1,3	1,5	1,45	1,55	1,6	1,57	1,38	1,52	1,59

**Задача 1.10.** Визначити положення центрів мас рухливих ланок механізму шарнірного чотирьохланника  $l_{CS3}$ ,  $l_{BS2}$ ,  $l_{AS1}$ , (рисунок 1, 9; таблиця 10), при яких головний вектор сил інерції дорівнює нулю. Задані довжини ланок  $l_{AB}$ ,  $l_{BC}$  і  $l_{CD}$  маси ланок  $m_1$ ,  $m_2$  і  $m_3$ . При вирішенні завдання вважати, що загальний центр мас  $S$  рухливих ланок збігається з точкою  $A$ .

Таблиця 10

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$l_{AB}, \text{ м}$	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150
$l_{BC}, \text{ м}$	250	280	300	350	400	430	470	500	550	600
$l_{CD}, \text{ м}$	130	150	160	180	200	210	240	250	280	300
$m_1, \text{ кг}$	1,2	1,5	1,8	1,9	2,0	2,3	2,5	2,7	2,8	3,0
$m_2, \text{ кг}$	5,0	6,0	7,0	7,5	8,0	9,0	9,5	10	11	12
$m_3, \text{ кг}$	2,5	3,0	3,5	3,7	4,0	4,6	4,8	5,0	5,4	6,0

## 2. ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ МЕХАНІЗМУ ПІД ДІЄЮ ДОДАНИХ СИЛ

**Задача 2.1.** У пружинному механізмі (рисунок 2, 0; таблиця 11) зі зворотно-поступальним рухом виконавчого органу робочий хід  $S_{\max}$  здійснюється силою  $F$  пружини, а зворотний - спеціальним механізмом. Сила пружини, що переміщає повзун масою  $m$ , задається залежністю  $F=F_0(1-s/S_{\max})$ , де  $F_0$  - початкова сила стислої пружини;  $s$  - поточне переміщення повзуна. Рух починається зі стану спокою ( $s=0$ ,  $ds/dt=0$ ). Силами опору знехтувати. Визначити початкову силу пружини  $F_0$ , забезпечує заданий час спрацьовування механізму  $t_c$ .

Таблиця 11

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$ , кг	0,1	0,15	0,2	0,25	0,1	0,15	0,2	0,25	0,1	0,5
$S_{\max}$ , мм	100	50	100	50	50	100	50	100	25	50
$t_c$ , с	1	0,5	1	1,5	0,5	1	2	0,5	0,5	1

*Вказівка.* З рівняння кінетичної енергії визначити в загальному вигляді вираз для швидкості повзуна, а з нього отримати залежність часу спрацьовування від параметрів механізму. З останнього співвідношення визначити  $F_0$ .

**Задача 2.2.** Робочий хід поршня довгоходового пневмопривода (рух зліва направо) включає ділянки розгону і гальмування (рисунок 2, 1; таблиця 12). При розгоні зі стану спокою тиск у лівій порожнини пневмоциліндра дорівнює  $p_m$ , а в правій - атмосферному тиску ( $p_a=1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>). Шлях розгону  $S_p$ . З початку ділянки гальмування ліва порожнина з'єднується з атмосферою, а в правій порожнині тиск підтримується рівним  $p_m$ . Вирішуючи диференціальне рівняння руху поршня для обох ділянок, визначити час розгону, а також час і шлях гальмування. Розрахувати і побудувати графіки переміщення, швидкості і прискорення пор-

шня від часу для робочого ходу поршня.

Маса рухомих деталей  $m$ , діаметри поршня і штока  $D_n$  і  $D_{ш}$ . Сила опору руху поршня  $F_c$ .

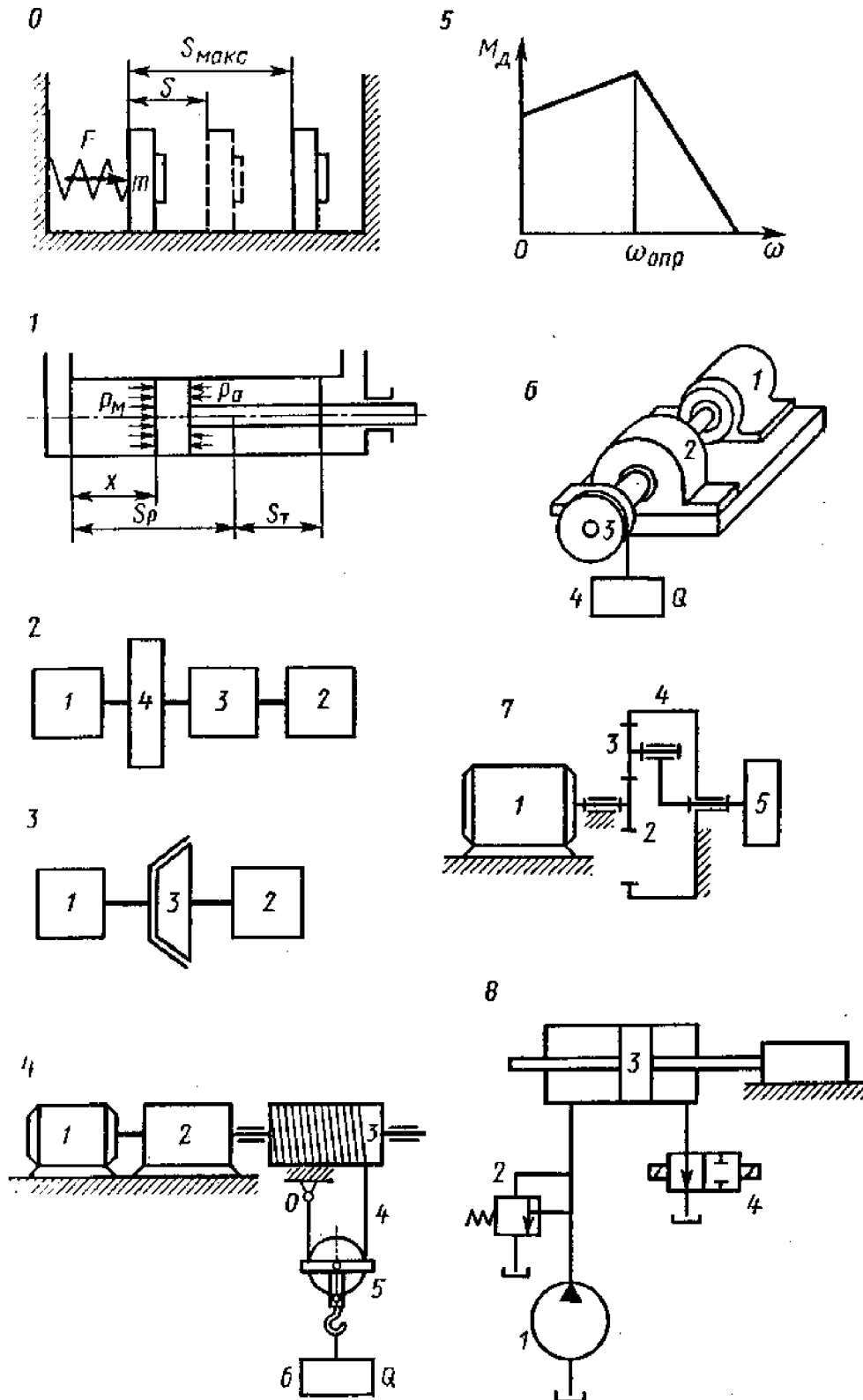


Рисунок 2 - До дослідження руху механізмів під дією прикладених сил

Таблиця 12

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m$ , кг	1000	700	700	600	500	400	450	550	650	750
$S_p$ , м	10	8	6	5	7	9	8	6	10	9
$p_m$ , МПа	0,5	0,45	0,4	0,4	0,45	0,4	0,5	0,4	0,4	0,45
$F_c$ , Н	8000	6000	14000	15000	12000	12000	4500	5500	10000	8000
$D_n=2D_{ш}$ , м	0,2	0,2	0,25	0,25	0,2	0,2	0,15	0,15	0,25	0,2

**Задача 2.3.** Машинний агрегат(рисунок 2, 2; таблиця 13) складається з двигуна 1, робочої машини 2, зубчастого редуктора 3 та маховика 4. Момент, що розвивається двигуном, визначається співвідношенням  $M_D=a-b\omega$ .

Технологічний цикл робочої машини складається з робочого і холостого ходів, тривалість яких відповідно  $t_p$  і  $t_x$ . Моменти опору, прикладені до вала машини при робочому та холостому ходах дорівнюють  $M_p$  і  $M_x$ . Передавальне відношення редуктора дорівнює  $U_{12}$ . Момент інерції вала двигуна  $J_1$ , момент інерції деталей, встановлених на валу робочої машини,  $J_2$ .

За час робочого ходу агрегату кутова швидкість вала двигуна зменшується з  $\omega_{\max}$  до  $\omega_{\min}$ . Коливання кутової швидкості вала двигуна при робочому ході в заданих межах забезпечується установкою маховика 4 із моментом інерції  $J_m$ . При холостому ході кутова швидкість вала двигуна зростає від  $\omega_{\min}$  до  $\omega_{\max}$ .

Привівши сили і маси до вала двигуна і вирішуючи диференціальні рівняння руху вала двигуна при робочому та холостому ходах агрегату, визначити  $J_m$  і  $t_x$ . Розрахувати і побудувати в масштабі залежності  $\omega(t)$ ,  $M_D(t)$  і  $M_C(t)$ .

**Задача 2.4.** Двигун 1 приводить в рух робочу машину 2 за допомогою фрикційної муфти 3 (рисунок 2, 3; таблиця 14). Момент, розвивається двигуном, залежить від кутової швидкості його ротора і змінюється відповідно до заданої механічної характеристикою:  $M_D=a-b\omega_1$ .

Таблиця 13

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$M_p$ , кН·м	1	1,2	1,5	1,6	2,5	3	3	4	4	10
$M_k$ , кН·м	0,2	0,2	0,3	0,3	0,5	0,5	0,5	0,8	0,8	2
$J_1$ , кг·м <sup>2</sup>	0,4	0,2	0,1	1	0,3	0,5	0,1	0,2	0,4	1
$J_2$ , кг·м <sup>2</sup>	5	6	5	8	10	10	7,5	8	6,4	16
$U_{12}$	11	7	16	8	11	6	13	12	9	6
$a$ , кН·м	1	3	2	1,5	5	3	3	6	10	30
$b$ , кН·м·с	10	30	20	10	50	20	20	40	100	200
$t_p$ , с	0,1	0,2	0,4	0,6	0,5	0,5	0,5	0,3	0,2	0,3
$\omega_{\max}$ , рад/с	96	98	98	146	99	147	147	148	99	148
$\omega_{\min}$ , рад/с	92	92	96	130	94	120	140	135	90	143

К валу робочої машини прикладений постійний момент опору  $M_c$ . Моменти інерції ведучого і відомого валів рівні відповідно  $J_1$  і  $J_2$ . У момент включення фрикційної муфти ведучий вал має кутову швидкість  $\omega_{10}$ , ведений вал нерухомий. Між ведучою і відомою частинами муфти з моменту включення до повного зчеплення діють сили тертя, що мають момент  $M_{mp}$ . Сили тертя в муфті уповільнюють рух ведучого валу і прискорюють рух відомого вала до тих пір, поки швидкості цих валів не зрівняються. Після цього ведучий і відомий вали будуть рухатися як одне ціле.

Вирішуючи диференціальні рівняння руху ведучого і відомого валів, виявити залежність їх швидкостей  $\omega_1$  і  $\omega_2$  від часу. На одному графіку побудувати функції  $\omega_1(t)$  і  $\omega_2(t)$  і по ньому встановити  $t_c$  - час повного зчеплення і визначити загальну швидкість валів і момент повного зчеплення. Виявити також закон зміни швидкості всієї системи  $\omega_{12}(t)$  після повного зчеплення муфти і визначити швидкість встановленого руху системи. Зазначений вище графік доповнити побудовою функції  $\omega_{12}(t)$ .

Таблиця 14

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a$ , кН·м	2,6	2,1	1,8	1,0	1,7	0,6	0,4	0,2	0,18	0,13
$b$ , Н·м·с	17	20	18	13	20	3,5	1,3	0,7	1,7	0,9
$\omega_{10}$ , рад/с	145	100	90	73	80	160	280	270	90	140
$M_{mp}$ , Н·м	250	200	250	100	150	70	60	20	36	10
$M_c$ , Н·м	200	150	200	70	120	50	40	16	30	7
$J_1$ , кг·м <sup>2</sup>	0,9	2	1	1	0,9	0,3	0,4	0,2	0,5	0,3
$J_2$ , кг·м <sup>2</sup>	2	3	4	3	2,5	0,9	0,6	0,1	0,5	0,2

**Задача 2.5.** Електродвигун 1 через редуктор 2 призводить в рух зі стану спокою барабан 3 підйомного механізму (рисунок 2, 4; таблиця 15). Канат 4, закріплений на барабані в нерухомій точці  $O$ , охоплює рухомий блок 5, до обойми якого на гаку підвішене вантаж, що піднімається 6 вагою  $Q$ . У період пуску до досягнення номінальної швидкості  $\omega_n$  момент двигуна  $M_d = 1,2 \cdot M_c$ , де  $M_c$  - момент від ваги вантажу, приведений до валу двигуна. Після досягнення  $\omega_n$  момент двигуна приймає значення  $M_d = M_c$  і підйом вантажу здійснюється з постійною швидкістю.

Вирішуючи диференціальні рівняння руху валу двигуна, визначити час розгону двигуна до  $\omega_n$  і час підйому вантажу на висоту  $h$ . Розрахувати і побудувати діаграми швидкості і переміщення вантажу в залежності від часу.

Передатне відношення редуктора  $U_{12}$ , діаметр барабана  $D$ , момент інерції барабана і ротора двигуна  $J_o$  і  $J_p$ . Масою і товщиною каната знехтувати.

**Задача 2.6.** Двигун зі стану спокою приводить у рух вал робочої машини (рисунок 2, 5; таблиця 16). Механічна характеристика двигуна складається з двох прямолінійних ділянок  $M_{d1} = a_1 + b_1 \omega$  при  $0 \leq \omega \leq \omega_{onp}$  та  $M_{d2} = a_2 - b_2 \omega$  при  $\omega \geq \omega_{onp}$ . Приведений до валу двигуна момент інерції обертових частин машини і двигуна  $J$ , момент опору на тому ж валу дорівнює  $M_c$ .



Користуючись диференціальними рівняннями руху валу двигуна на обох ділянках зміни рушійного моменту, визначити залежність швидкості валу двигуна від часу  $\omega(t)$ . Обчислити швидкість сталого руху валу. Побудувати в масштабі графіки  $\omega(t)$  і  $M_\delta(t)$ .

Таблиця 15

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , кН	100	50	30	20	10	5	10	20	30	40
$D$ , м	0,5	0,4	0,4	0,3	0,2	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4
$h$ , м	25	20	18	15	20	10	15	18	20	15
$U_{12}$	100	90	80	60	50	25	40	70	60	50
$J_\delta$ , кг·м <sup>2</sup>	8	5	4	3	2	1	1,5	2,5	3	5
$J_n$ , кг·м <sup>2</sup>	0,2	0,2	0,2	0,1	0,1	0,05	0,08	0,1	0,1	0,2
$\omega_n$ , рад/с	140	90	90	130	100	90	150	100	120	80

Таблиця 16

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$a_1$ , Н·м	96	94	55	45	38	24	13	11	7,5	7
$b_1$ , Н·м·с	0,56	0,22	0,61	0,56	0,41	0,14	0,4	0,12	0,04	0,02
$a_2$ , Н·м	2,1	2,6	1,7	1,8	1,0	0,57	0,39	0,18	0,13	0,2
$b_2$ , Н·м·с	20	17	22	17	13	3,6	1,3	1,7	0,8	0,7
$J$ , кг·м <sup>2</sup>	12	5	6	5	5	1,2	2	2	1	0,7
$M_c$ , Н·м	60	67	50	40	35	20	10	10	7	6

**Задача 2.7.** Електродвигун 1 з механічною характеристикою  $M_\delta = a - b\omega$  через редуктор 2, передавальне відношення якого дорівнює  $U_{12}$ , приводить у рух зі стану спокою барабан 3 лебідки (рисунок 2, 6; таблиця 17).

Вирішуючи диференціальне рівняння руху вантажу, визначити час підйому вантажу 4 вагою  $Q$  на висоту  $h$ . Розрахувати і побудувати діаграми швидкості і переміщення вантажу в залежності від часу. Діаметр барабана  $D$ . Момент інерції барабана  $J_{\bar{o}}$ , момент інерції ротора двигуна  $J_p$ . Масою і товщиною каната знехтувати.

Таблиця 17

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$Q$ , кН	4	8	15	25	40	50	30	20	10	5
$D$ , м	0,2	0,25	0,28	0,3	0,35	0,5	0,4	0,4	0,3	0,25
$h$ , м	10	12	15	12	12	18	18	12	18	18
$U_{12}$	25	25	40	45	88	125	100	60	50	50
$a$ , кН·м	0,2	0,38	0,7	1,0	0,75	2,0	1,0	1,0	0,45	0,25
$b$ , Н·м·с	2	2,5	7	6,6	5	13,3	10	10	3	2,5
$J_{\bar{o}}$ , кг·м <sup>2</sup>	0,6	1,2	1,6	2,0	3,2	7,5	6,0	4,0	3,0	1,5
$J_p$ , кг·м <sup>2</sup>	0,01	0,02	0,07	0,07	0,15	0,19	0,19	0,17	0,17	0,05

**Задача 2.8.** На вал робочої машини (таблиця 18), що має приведений момент інерції  $J$  і обертається з кутовою швидкістю  $\omega_y$ , з деякого моменту часу починає діяти гальмівний момент, що залежить від часу  $M_m=at$ . Під дією цього моменту робоча машина, двигун якої вимкнено, буде здійснювати вибіг.

Вирішуючи диференціальне рівняння обертання вала при вибігу, виявити залежність його кутової швидкості від часу  $\omega(t)$ ; визначити також залежність від часу кутового прискорення  $\varepsilon(t)$  і залежність кута повороту вала від часу  $\varphi(t)$ . Визначити час вибігу і число обертів вала за час вибігу. Побудувати графіки  $\varepsilon(t)$ ,  $\omega(t)$  і  $\varphi(t)$ .

**Задача 2.9.** Двигун 1 (рисунок 2, 7; таблиця 19) з механічною характеристикою  $M_o=a_1-b_1\omega$ , що складається з центрального колеса 2, чотирьох сателітів 3

та опорного колеса 4, приводить у рух виконавчий орган 5, до якого прикладено момент опору  $M_c = a_2 + b_2 \omega^2$ . Вирішуючи диференціальне рівняння руху виконавчого органу, розрахувати і побудувати діаграму зміни кутової швидкості при розгоні виконавчого органу і значення його сталої швидкості. Момент інерції ротора двигуна  $J_p$ , колеса 2 -  $J_k$ , сателіта 3 -  $J_c$ , виконавчого органу  $J_{n.o}$ , маса сателіта  $m$ , число зубів коліс 2, 3, 4 відповідно  $z_2, z_3, z_4$ .

Таблиця 18

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	5	4,4	4	3,7	1,6	1,5	1,2	1	0,5	0,2
$\omega_y, \text{рад/с}$	74	152	300	75	102	100	103	156	150	310
$a, \text{Н}\cdot\text{м/с}$	300	130	60	100	18	25	80	100	15	10

Таблиця 19

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$z_2$	18	22	12	14	26	15	16	24	20	13
$z_3$	24	30	28	20	40	22	25	42	32	26
$z_4$	66	88	68	54	106	59	66	108	84	65
$J_p, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,16	0,18	0,08	0,07	0,03	0,19	0,19	0,1	0,02	0,04
$J_k, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,02	0,04	0,01	0,02	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	0,01
$J_c, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,03	0,05	0,02	0,02	0,04	0,02	0,03	0,04	0,03	0,03
$J_{n.o}, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	20	30	40	25	20	18	22	25	30	40
$a_1, \text{кН}\cdot\text{м}$	0,15	0,3	0,1	0,1	0,2	0,1	0,15	0,3	0,4	0,2
$b_1, \text{Н}\cdot\text{м/с}$	1,5	3,5	1	3	2,5	5	2	4	6	2
$a_2, \text{кН}\cdot\text{м}$	0,06	0,2	0,06	0,07	0,09	0,05	0,06	0,13	0,22	0,11
$b_2, \text{мН}\cdot\text{м/с}^2$	0,1	0,3	0,25	0,18	0,09	0,2	1,1	1,5	0,7	0,07
$m, \text{кг}$	28	26	20	21	29	22	19	25	24	16

**Задача 2.10.** При закритому розподільнику 4 гідроприводу (рисунок 2, 8; таблиця 20) вся рідина, що подається насосом 1, зливається через переливний клапан 2 в зливний бак. Після миттєвого відкриття розподільника поршень гідродвигуна 3 отримує можливість переміщатися. Кількість рідини, що зливається через переливний клапан, зменшується, а що надходить в гідродвигун - збільшується. Відбувається розгін поршня. Визначити час розгону поршня і його сталу швидкість, якщо залежність між тиском на виході насоса  $p_n$  і швидкістю поршня  $v$ , обумовлена статичною характеристикою насосної установки, має вигляд  $p_n = p_k - A_k v$  – тиск  $p_1$  в напірній порожнині менше  $p_n$  на  $\Delta p = A_1 v + B_1 v^2$ ; тиск  $p_2$  в зливній порожнині описується рівнянням  $p_2 = A_2 v + B_2 v^2$ ; сила тертя  $F_m$  в рухомих з'єднаннях гідродвигуна апроксимується функцією  $F_m = F_0 - A_m v + B_m v^2$ . Відомі також маса і ефективна площа поршня  $m$  і  $S$ , сумарна маса рідини в напірному і зливальному трубопроводах  $m_1$  і площа їх прохідного перетину. Побудувати діаграму зміни швидкості поршня від часу.

Таблиця 20

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$m$ , кг	200	150	400	300	500	420	280	350	450	250
$m_1$ , кг	0,04	0,03	0,03	0,02	0,03	0,02	0,03	0,03	0,04	0,02
$p_k$ , МПа	2,8	4,5	5,0	4,4	3,2	5,5	3,7	3,6	2,8	4,6
$A_k$ , МН·с/м <sup>3</sup>	9,0	15,0	16,0	14,5	10,5	18,0	12,5	12,0	9,0	15,0
$A_1$ , МН·с/м <sup>3</sup>	1,1	1,5	1,2	1,5	1,2	1,5	1,0	1,1	1,0	1,2
$A_2$ , МН·с/м <sup>3</sup>	1,6	2,0	1,4	2,0	1,4	2,0	1,2	1,6	1,2	1,4
$A_m$ , кН·с/м	1,3	1,4	1,3	1,5	1,2	1,4	1,5	1,3	1,2	1,1
$B_1$ , МН·с <sup>2</sup> /м <sup>4</sup>	5	6	4	6	4	6	3	5	3	4
$B_2$ , МН·с <sup>2</sup> /м <sup>4</sup>	25	30	20	30	20	30	18	25	18	20
$B_1$ , кН·м <sup>2</sup> /м <sup>4</sup>	6,5	5,5	5,0	6,0	4,0	4,5	3,5	5,8	6,2	4,7

Продовження таб. 20

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$S, \text{см}^2$	25	18	30	22	40	20	35	26	42	34
$f, \text{см}^2$	0,5	0,28	0,78	0,28	0,78	0,28	1,13	0,5	1,13	0,78
$F_0, \text{Н}$	500	450	900	700	980	850	900	800	950	850

*Вказівка.* Для вирішення завдання привести масу рідини в трубопроводах до поршня і скласти рівняння руху поршня. При приведенні маси враховувати, що залежність між швидкостями рідини в гідродвигуні і трубопроводах знаходиться з умови рівності в них витрат рідини.

### 3. АНАЛІЗ КОЛИВАНЬ МЕХАНІЗМІВ І ЗАХИСТ МАШИН ВІД ВІБРАЦІЇ

**Задача 3.1.** Профіль кулачка (рисунок 3, 0; таблиця 21) спроектований з умови руху штовхача з законом постійного прискорення при рівності часу руху штовхача з прискоренням і уповільненням. Знайти залежність переміщення штовхача від часу з урахуванням його жорсткості  $C$ , якщо маса штовхача, яку слід вважати зосередженою в верхньому кінці штовхача, дорівнює  $m$ , хід штовхача  $y_{\max}$ , модуль прискорення штовхача  $|\ddot{s}| = a$ . Побудувати графіки переміщення штовхача без урахування і з урахуванням стисливості штовхача (для наочності графіки поєднати).

Таблиця 21

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\alpha$ , м/с <sup>2</sup>	1,6	2,0	2,4	1,44	0,8	0,7	0,36	0,11	0,16	0,72
$y_{\max}$ , мм	0,2	0,25	0,3	0,18	0,4	0,35	0,18	0,22	0,32	0,38
$m$ , кг	20	10	25	15	50	28	32	100	80	40
$C$ , кН/м	50	25	63	38	32	17	20	16	12	25

*Вказівка.* Для вирішення завдання скласти диференціальне рівняння руху штовхача, яке потім перетворити, взявши в якості узагальненої координати різницю координат верхнього  $y$  та нижнього  $s$  кінців штовхача. Перетворене рівняння має вигляд

$$\ddot{x} + \lambda^2 x = Q,$$

а його рішення

$$x = C_1 + C_2 \sin \lambda t + C_3 \cos \lambda t.$$

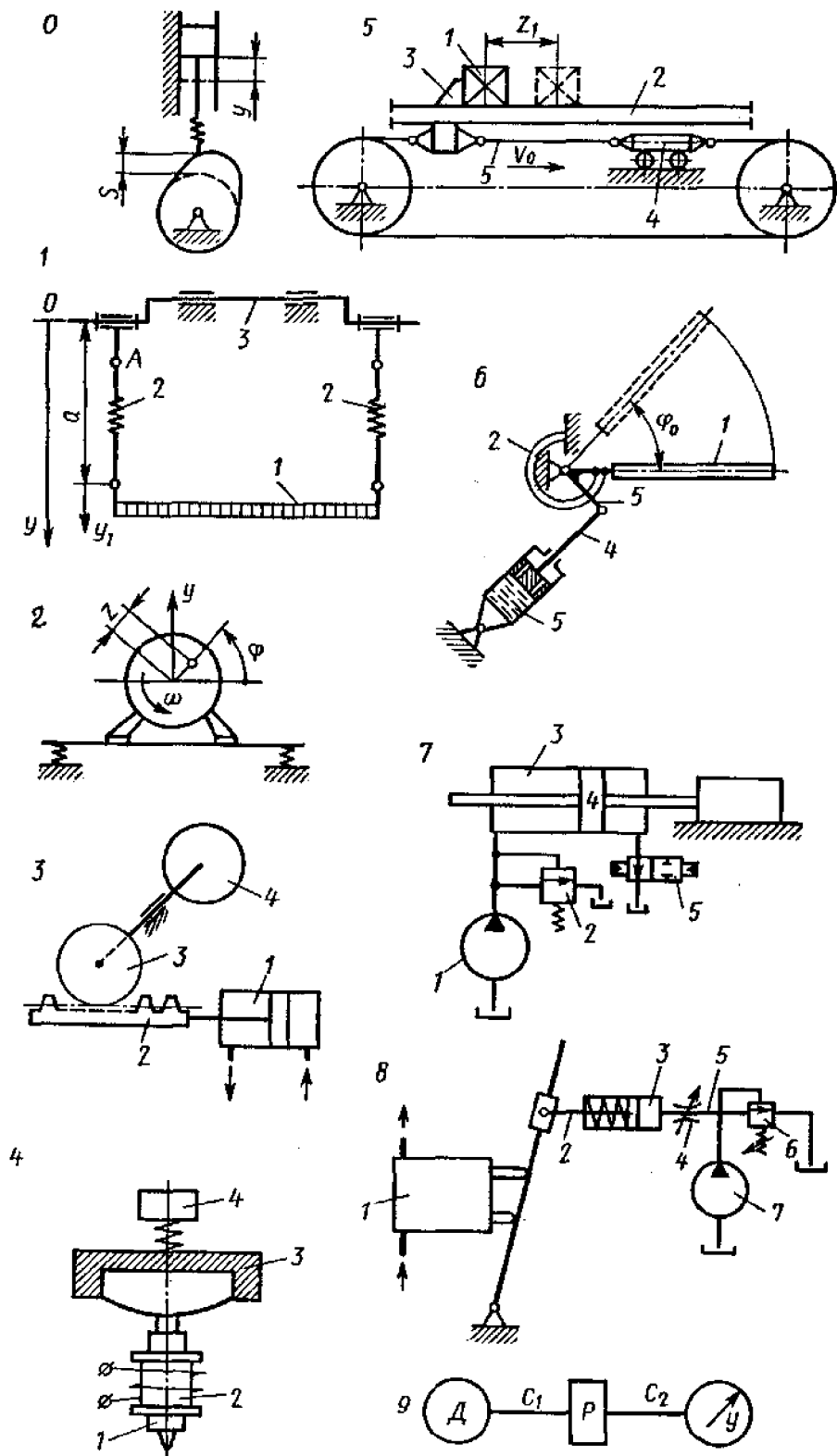


Рисунок 3 - Дослідження коливань ланок механізмів

**Задача 3.2.** Вібраційний грохот 1 для просіювання сипучих матеріалів підвішений на пружинах 2 до кривошипного (ексцентрикового) валу 3 механізму хитання грохота. Вага грохота  $G$ , жорсткість пружин  $C$ .

При обертанні кривошипного валу верхні кінці пружин  $A$  роблять вертикальні гармонійні коливання за законом  $y_A = H \sin \omega t$ , а грохот - вимушені вертикальні коливання, що забезпечують струшування і просіювання через нього матеріалів.

Знайти закон (скласти диференціальне рівняння) руху грохота, якщо сила опору руху пропорційна його швидкості з коефіцієнтом пропорційності  $\beta$ ; побудувати графік  $y=y(t)$  переміщення у гуркоту в залежності від часу, визначити коефіцієнт динамічності грохота по переміщенням і максимальну реакцію (зусилля розтягування) пружин, відповідну резонансу (рисунок 3, 1; таблиця 22)

Таблиця 22

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , Н	3000	290	2600	2750	2830	3220	3400	3600	3680	4000
$C$ , мН/м	3	3,1	2,8	2,9	3,2	2,68	3,24	4,0	3,8	3,9
$\omega$ , рад/с	80	92	94	106	86	95	87	72	65	68
$\beta$ , кг/с	3000	2820	3100	2925	3140	2600	3220	2800	2750	2640
$H$ , мм	2	1,8	2,1	1,9	2,2	1,85	2,3	2,4	2,35	2,42

*Вказівка.* За узагальнену координату прийняти вертикальне переміщення грохота  $y$  від нерухомої осі кривошипного валу 3 та вісь  $y$  направити вниз. Тоді диференціальне рівняння руху грохота буде мати вигляд

$$m\ddot{y} = G - C\Delta l + \beta\dot{y},$$

де  $m$  - маса грохота;  $\Delta l$  - подовження пружини;  $C\Delta l$  - проекція на вісь  $y$  реакції пружин;  $\Delta l = y - y_A - l_0$ , де  $l_0$  - довжина пружин у вільному стані без навантаження.

Після підстановки диференціальне рівняння має вигляд

$$m\ddot{y} = G - Cy + CH \sin \omega t + Cl_0 - \beta\dot{y}.$$



Далі слід виконати заміну змінної, прийнявши  $y=y_1+a$ , де постійна  $a=l_0+G/C$ , і привести рівняння до виду

$$\ddot{y}_1 + 2\gamma\dot{y}_1 + \lambda^2 y_1 = K_1 \sin \omega t .$$

Вирішуючи це рівняння при початкових умовах  $t=0$ ;  $y_1=0$ ;  $\dot{y}_1=0$ , визначити коефіцієнт динамічності по переміщенням.

**Задача 3.3.** На балці, що спирається через пружини на основу, встановлений електродвигун (рисунок 3, 2; таблиця 23). Загальна вага балки та електродвигуна  $Q$ . Ротор двигуна масою  $m$  статично не збалансований; зміщення центру мас щодо осі обертання  $r$ .

Ротор обертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ . Через неврівноваженість ротора балка з двигуном на пружинах загальною жорсткістю  $C$  здійснює вимушені вертикальні коливання. Сила, опору середовища пропорційна швидкості коливального руху з коефіцієнтом пропорційності  $\beta$ .

Скласти і вирішити диференціальне рівняння руху балки з двигуном; визначити амплітуду вимушених (сталих) коливань, критичну кутову швидкість ротора і вертикальну реакцію пружин, відповідну резонансу. Побудувати графік  $y=y(t)$  зміни координати  $y$  осі ротора двигуна від часу для двох періодів коливань, приймаючи за початок координат  $y=0$  положення осі в стані, коли пружини не навантажені.

*Вказівка.* При складанні диференціального рівняння руху врахувати, що на балку з двигуном діють такі сили: 1) вага балки з двигуном  $G$ , 2) вертикальна реакція пружин, пропорційна їх деформації - повертаюча сила  $P_\sigma=Cy$ ; 3) відцентрова сила  $F_{\text{ц}}$ .

Диференціальне рівняння руху має вигляд

$$m_\sigma \ddot{y} + \beta \dot{y} + Cy = G + F_{\text{ц}} \sin \varphi ,$$

де  $\varphi$  - кут повороту неврівноваженого центру мас ротора,  $\varphi = \omega t$ ;  $m_{\delta}$  - маса балки з двигуном;  $y$  - координата осі ротора двигуна.

Таблиця 23

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , Н	1800	1900	2100	2150	1830	1780	2300	2320	1950	2250
$m$ , кг	100	80	90	110	115	130	125	95	108	120
$r$ , м	0,01	0,008	0,007	0,011	0,012	0,014	0,013	0,009	0,01	0,015
$\omega$ , рад/с	30	27	28	34	36	32	36	25	40	38
$C$ , мН/м	1,8	1,6	1,75	1,82	1,94	2,08	2,12	1,96	2,27	2,15
$\beta$ , кг/с	100	85	90	92	106	110	115	124	121	118

Виконуючи заміну змінної  $y$  на  $y_1 = y - G/C$  і позначаючи

$$\nu = \frac{\beta}{2m_{\delta}}, \quad \lambda^2 = \frac{\beta}{m_{\delta}}, \quad h = \frac{F_y}{m_{\delta}},$$

записати диференціальне рівняння у вигляді

$$\ddot{y}_1 + 2\nu\dot{y}_1 + \lambda^2 y_1 = h \sin \omega t.$$

Загальне рішення цього рівняння має вигляд

$$y_1 = B e^{-\nu t} \sin(k_1 t + \alpha) + A \sin(\omega t + \mu),$$

де  $k_1 = \sqrt{\lambda^2 - \nu^2}$ ;  $B$  і  $\alpha$  - постійні, що визначаються з початкових умов  $t=0$ ;  $y_1=0$ ;  $\dot{y}_1=0$ .

Коефіцієнт  $A$  являє собою шукану амплітуду вимушених коливань. Визначити  $A$  за формулою

$$A = \frac{h}{\sqrt{(\lambda^2 - \omega^2)^2 + 4\nu^2\omega^2}}.$$

Критичну кутову швидкість ротора і вертикальну реакцію пружин визначити для випадку рівності частот вимушених та вільних коливань. Коефіцієнт  $\mu$  визначити зі співвідношення

$$\operatorname{tg} \mu = -\frac{2\nu\omega}{\lambda^2 - \omega^2}.$$

**Задача 3.4.** Виконавчий орган 4 машини (рисунок 3, 3; таблиця 24) приводиться в рух за допомогою гідродвигуна 1, рейки 2 і зубчастого колеса 3, нарізаного без зміщення інструменту. В кінці робочого ходу виконавчого органу його гальмування здійснюється за допомогою гідродвигуна 1 по закону, який можна приблизно вважати законом постійного прискорення. Визначити закон руху виконавчого органу з урахуванням жорсткості  $C$  валу між зубчастим колесом і виконавчим органом. Момент інерції виконавчого органу  $J$ , маса поршня  $m$ , діаметр дільного кола колеса  $d$ , швидкість руху поршня перед гальмуванням  $v_0$ , модуль прискорення  $a$ . Побудувати діаграму  $\varphi(t)$ , розраховану без урахування і з урахуванням жорсткості вала.

Таблиця 24

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$J$ , кг·м <sup>2</sup>	4,0	1,6	4,2	1,0	5,0	2,2	4,6	5,1	1,2	2,6
$m$ , кг	100	80	90	100	50	80	150	60	100	60
$d$ , м	0,3	0,45	0,35	0,4	0,32	0,42	0,28	0,38	0,44	0,43
$C$ , кН·м/рад	100	90	110	80	100	90	120	115	95	85
$v_0$ , м/с <sup>2</sup>	0,4	0,55	0,2	0,3	0,15	0,45	0,25	0,5	0,35	0,6
$a$ , м/с <sup>2</sup>	2,0	2,75	1,0	1,5	0,75	2,25	1,25	2,5	1,75	3,0

*Вказівка.* Для вирішення завдання привести момент інерції і жорсткість до поршня гідродвигуна. Скласти диференціальне рівняння руху ланки приведення, враховуючи, що силами будуть сила пружності і сила інерції на поршні гідродвигуна. Закон зміни координати поршня визначити, використовуючи кінематичні залежності. Загальний вид отриманого рівняння

$$\ddot{x} + \lambda^2 x = A + Bt + Ct^2,$$

а його рішення

$$x = C_1 + C_2 t^2 + C_3 \sin \lambda t + C_4 \cos \lambda t.$$

При виконанні завдання слід мати на увазі, що розглянутий механізм зводяться до двохмасової динамічної моделі, маси якої пов'язані пружною ланкою.

**Задача 3.5.** Пробійник 1 перфоратора (рисунок 3, 4; таблиця 25), яким закінчується якір електромагніту, з'єднаний через мембрану з підпружиненою основою 3. Тягове зусилля, що створюється електромагнітом 2 і яке передається через мембрану, змінюється за гармонійним законом з кутовою частотою  $\lambda$ . Для зниження віброактивності перфоратора на основі встановлений віброгаситель 4, маса якого  $m$ . Скласти рівняння руху маси основи і віброгасителя і визначити жорсткість пружини віброгасителя з умови, що амплітуда коливань основи дорівнює нулю.

**Задача 3.6.** Заготовка 1 вагою  $G$  зі стану спокою по направляючим 2 переміщається гаком 3 механізму пересування в нове положення.

Механізм складається з тягнучого візка 4, пов'язаного з гаком канатом 5, що представляє собою пружний зв'язок з жорсткістю  $C$ . Візок з моменту початку натягу каната рухається з постійною швидкістю  $V_0$ . Сила тертя між заготовкою

та направляючими змінюється стрибкоподібно від максимальної сили тертя спокою до сили тертя ковзання. Коефіцієнти тертя спокою і ковзання відповідно  $f_n$  і  $f_c$ .

Таблиця 25

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$\lambda$ , рад/с	31,4	26,0	41,8	28,5	21,0	26,0	52,0	35,0	24,2	22,4
$m$ , кг	13	8	9	10	11	10	18	14	6	12

Скласти і вирішити диференціальне рівняння руху заготовки з урахуванням її коливань щодо положення статичної рівноваги і визначити коефіцієнт динамічності навантаження каната по переміщенням (рисунок 3, 5; таблиця 26). побудувати графік  $z_1=z_1(t)$  залежності переміщення заготовки  $z_1$  від часу.

Таблиця 26

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$G$ , кН	5	4	6	8	9	10	7	3	12	4
$V_0$ , м/с	0,1	0,32	0,64	0,82	0,16	0,38	0,84	0,44	0,27	0,25
$C$ , кН/м	50	42	56	60	62	68	70	40	24	46
$f_n$	0,2	0,22	0,18	0,19	0,24	0,17	0,21	0,23	0,25	0,2
$f_c$	0,15	0,17	0,13	0,14	0,19	0,12	0,16	0,18	0,20	0,15

*Вказівка.* При складанні диференціального рівняння врахувати, що рух заготовки (зрив) почнеться, коли сила пружності каната стане рівною максимальній силі тертя спокою  $F_n=f_n G$ .

Після початку руху заготовки сила тертя стрибком падає до сили тертя ковзання  $F_c=f_c G$ , що викликає пружні коливання заготовки. Рушійною силою є сила пружності каната

$$F_{\kappa} = F_n - C(z_1 - V_0 t) .$$

Сила тертя ковзання  $F_c$  є силою опору. Диференціальне рівняння руху заготовки має вигляд

$$m\ddot{z}_1 = F_{\kappa} - F_c ,$$

де  $m$  - маса заготовки.

Виконуючи заміну змінної  $z_1$  на  $z$ , виразити  $t_1$  через  $z_1 = V_0 t - z + z_n$ , де  $z_n = F_n / C$ , привести рівняння руху до виду  $m\ddot{z} = F_c - Cz$  і вирішити його при початкових умовах  $t=0$ ;  $z=z_n$ ;  $\dot{z} = V_0$ .

Коефіцієнт динамічності  $K_d$  визначити як відношення амплітуди коливань заготовки до статичного переміщення (деформації) каната  $z_c = F_c / C$  під дією сили  $F_c$  тертя ковзання.

**Задача 3.7.** Під дією автоматичного пристрою (рисунок 3, 6; таблиця 27) двері 1 повертається після відкривання в закрите положення. Пристрій складається з поворотної пружини 2 і гідравлічного демпфера 3, шток 4 якого шарнірно пов'язаний з кривошипом 5, жорстко закріпленим на двері. Момент інерції двері щодо осі обертання  $O$  дорівнює  $J$ . Повернення дверей відбувається під дією пружини, яка має жорсткість  $C$ . Момент опору гідравлічного демпфера пропорційний кутовій швидкості двері з коефіцієнтом пропорційності  $\beta$ .

Склавши і вирішивши диференціальне рівняння руху двері, визначити час  $t$  її закривання при відкриванні на кут  $\varphi_0$ . Вважати, що в закритому положенні пружина знаходиться в стані статичної рівноваги і не навантажена. Визначити також значення коефіцієнта пропорційності  $\beta$ , при якому двері закривається без коливань, тобто рух буде аперіодичним. Побудувати графіки  $\varphi = \varphi(t)$  залежності кута повороту двері  $\varphi$  від часу при закриванні для періодичного та аперіодичного руху.

Таблиця 27

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$J, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	36	26	32	34	38	30	28	42	39	35
$C, \text{Н}\cdot\text{м}/\text{рад}$	30	28	34	42	40	35	26	37	28	32
$\beta, \text{Н}\cdot\text{м}\cdot\text{с}$	28	34	38	40	45	42	29	39	46	40
$\varphi_0, \text{рад}$	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,57	1,3	1,35	1,47	1,52

*Вказівка.* При складанні диференціального рівняння руху за узагальнену координату прийняти кут повороту  $\varphi$  двері щодо положення статичної рівноваги (закритого положення). Момент опору демпфера прийняти пропорційним кутовий швидкості двері  $\dot{\varphi}$ , тобто

$$M_o = \beta \dot{\varphi}.$$

Диференціальне рівняння привести до виду  $\ddot{y} + 2\nu\dot{y} + \lambda^2 y = 0$ , де  $\nu = \frac{\beta}{2J}$ ;  $\lambda^2 = \frac{C}{J}$  і вирішити його з урахуванням початкових умов  $t=0$ ;  $\varphi=\varphi_0$ ;  $\dot{\varphi}=0$ . Час закривання дверей визначити з умови  $\varphi=0$ .

**Задача 3.8.** Швидкість поршня 4 гідроприводу (рисунок 3, 7; таблиця 28); визначається витратою рідини, що подається в гідродвигун 3 від насоса 1. Гальмування поршня 4 відбувається при перекритті зливної гідролінії золотником розподільника 5, коли із зростанням тиску, в гідросистемі збільшується кількість рідини, що відводиться з напірної гідролінії в зливний бак через переливний клапан 2. До моменту повного закриття розподільника 5 поршень рухається зі швидкістю  $v=v_k$ . Після повного закриття розподільника через стисливість рідини поршень не зупиняється миттєво, а починає переміщатися з коливаннями. Визначити залежність переміщення поршня  $x$  і швидкості  $v$  від часу, а також частоту власних коливань поршня з урахуванням демпфування, приймаючи до уваги, що

на нього крім сил від тиску рідини діє сила в'язкого тертя  $F_m = A\nu$ . Побудувати графіки  $x(t)$  і  $\nu(t)$ . При вирішенні завдання вважати, що тиск  $p_1$  в напірній порожнині і обсяг  $V$  в зливної порожнини залишаються постійними. Відомі також маса і ефективна площа поршня  $m$  і  $S$ , модуль пружності рідини (з урахуванням розчиненого газу)  $E$ , тиск  $p_2$  в початковий момент  $p_2 = p_{20}$ .

Таблиця 28

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$S, \text{см}^3$	15	16	18	20	17	25	16	22	24	19
$V, \text{см}^3$	430	370	150	340	180	800	170	440	1100	390
$m, \text{кг}$	400	350	450	300	375	500	475	425	550	525
$E, \text{МН/м}^2$	300	200	80	100	90	250	120	150	400	220
$A, \text{Н}\cdot\text{с/м}$	300	200	220	320	400	250	400	310	350	270
$p_{20}, \text{МПа}$	4,0	3,5	4,0	3,0	4,2	4,6	3,0	4,2	2,8	3,5
$p_1, \text{МПа}$	3,0	2,5	2,8	2,0	3,2	3,5	2,6	3,4	1,6	2,4
$\nu_k, \text{см/с}$	1,7	2,5	1,8	2,0	1,6	2,2	3,0	2,4	2,8	2,6

*Вказівка.* Для вирішення завдання необхідно скласти рівняння руху поршня в диференціальній формі. Залежність між тиском  $p_2$  і переміщенням поршня  $x$  може бути отримана з рівняння витрати рідини на стисливість:

$$S\nu = \frac{V}{E} \frac{dp_2}{dt}.$$

при  $t=0, x=0, p_2=p_{20}$ .

Диференціальне рівняння руху має вигляд

$$\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \lambda^2 x = Q,$$



а його рішення

$$x = e^{-\gamma t} (C_1 \sin kt + C_2 \cos kt) + C_3, \text{ де } k = \sqrt{|\gamma^2 - \lambda^2|}.$$

**Задача 3.9.** Управління подачею регульованого насоса 1 (рисунок 3, 8; таблиця 29) здійснюється за допомогою тангенсного механізму поршень якого 2 переміщається в циліндрі 3 під дією потоку рідини від допоміжного насоса 7 після зміни тиску в лінії в результаті автоматичного перенастроювання клапана 6. Основними силами, що діють на поршень 2, є сила з боку пружини і сила від тиску рідини. Тиск  $p$  в порожнині циліндра і  $p_a$  у вузлі  $A$  зв'язані співвідношенням:  $p = p_a - B \frac{dx}{dt} - m_{n.жс} \frac{d^2x}{dt^2}$ , де  $p, p_a$  - надлишковий тиск;  $B$  - коефіцієнт, що залежить від налаштування дроселя 4;  $m_{n.жс}$  - приведена до поршня 2 маса рідини в трубопроводі 5;  $x$  - переміщення поршня регулятора. Умови роботи гідросистеми, до складу якої входить насос 1, вимагають, щоб зміна подачі насоса, тобто переміщення поршня 2, відбувалося без коливань. Визначити значення коефіцієнта  $B$ , при якому забезпечується дану вимогу. Побудувати діаграму  $x(t)$  при прийнятому значенні  $B$ , а також нове значення  $x$ , вважаючи  $x_0=0$ . Приведення до поршня маса рухомих частин і площа поршня  $m_{np}$  і  $S$ , попередня настройка і жорсткість пружини  $F_0$  і  $C$ , площа прохідного перетину трубопроводу і маса знаходиться в ній рідини  $f$  і  $m_{жс}$ .

Необхідне значення  $B$  визначити з рішення диференціального рівняння руху поршня. Тиск  $p_a$  в період переміщення поршня постійно.

*Вказівка.* Наведену до поршня масу рідини визначити з умови рівності кінетичних енергій маси рідини в трубопроводі і приведеної маси. Співвідношення між швидкостями рідини в трубопроводі і циліндрі 3 слід визначити з умови рівності в них витрати рідини, що визначається як добуток площі перерізу, через яке проходить рідина, на її швидкість.

Таблиця 29

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$m_{np}$ , кг	10	20	28	15	30	15	25	15	25	18
$m_{жс}$ , кг	0,038	0,05	0,07	0,04	0,85	0,06	0,07	0,04	0,09	0,05
$S$ , см <sup>2</sup>	8,0	8,5	9,0	8,2	10,0	8,4	9,0	8,5	9,5	8,0
$f$ , см <sup>2</sup>	0,28	0,38	0,5	0,28	0,63	0,38	0,5	0,28	0,63	0,38
$F_0$ , Н	400	425	500	410	600	430	520	440	580	390
$C$ , Н/см	200	210	230	215	280	220	200	230	250	300
$p_A$ , МПа	1,0	0,9	0,85	0,8	1,1	1,2	0,95	0,82	1,1	0,86

**Задача 3.10.** Двигун  $D$  зі стану спокою через редуктор  $P$  з передатним відношенням  $U_{12}$  приводить показчик  $Y$  вимірювального приладу (рисунок 3, 9; таблиця 30). Момент інерції показчика з обертовими частинами  $J_y$ . При переведенні показчика з одного стану в інший на кут  $\varphi_y$  вал двигуна повертається з постійною кутовою швидкістю  $\omega$ , причому двигун розганяється і зупиняється в новому положенні практично миттєво, тобто час розгону і гальмування дорівнює нулю, внаслідок чого стрілка показчика здійснює малі коливання щодо положення рівноваги. Коефіцієнти жорсткості валів 1 двигуна і 2 показчика відповідно  $C_1$  і  $C_2$ . В кінематичних парах механізму приводу стрілки показчика тертя рідинне, причому момент сил тертя пропорційний кутовій швидкості обертання, тому коливання стрілки з часом згасають. Коефіцієнт в'язкого опору  $\beta$ . Привести сили, маси та жорсткості до валу двигуна 1. В якості узагальненої координати динамічної моделі прийняти різницю  $\varphi = \varphi_n - \varphi_d$  кутів повороту ланки приведення приладу  $\varphi_n = \varphi_y U_{12}$  і ротора двигуна  $\varphi_d = \omega t$ .

Вирішуючи диференціальне рівняння руху ланки приведення, визначити залежність узагальненої координати  $\varphi(t)$  від часу, а також число коливань ланки приведення, після якого його амплітуда зменшиться в  $n$  раз. Побудувати в масштабі залежність  $\varphi(t)$ .

Таблиця 30

Параметри	Варіанти числових значень									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$J_y, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	0,014	0,01	0,02	0,018	0,03	0,035	0,04	0,08	0,12	0,14
$U_{12}$	6	8	12	7	16	8	11	9	13	14
$\omega, \text{рад/с}$	5,15	5,7	6,0	4,9	12,1	8,4	9,2	6,8	7,4	7,8
$C_1, \text{Н}\cdot\text{м/рад}$	5,2	5,0	4,7	5,6	6,2	7,0	6,8	8,4	7,5	7,2
$C_2, \text{Н}\cdot\text{м/рад}$	7,4	7,0	8,3	8,6	9,0	10,0	10,2	9,8	11,0	10,4
$\beta, \text{Н}\cdot\text{см}\cdot\text{с}$	0,5	0,4	0,37	0,56	1,0	0,8	0,42	0,46	0,7	0,9
$\phi_0, \text{рад}$	1,1	1,0	0,9	0,4	0,2	1,14	1,25	1,3	1,4	1,45
$n$	6	8	5	9	11	10	8	7	4	6

*Вказівка.* Приведений коефіцієнт жорсткості  $C_n$  визначити з умови, що ланка приведення - вал двигуна матиме потенційну енергію, що дорівнює сумі потенційних енергій валів двигуна і покажчика.

Приведення сил та мас до валу двигуна виконується як в механізмах з абсолютно жорсткими ланками. Момент сил опору (тертя) вжити пропорційним кутовою швидкості ланки приведення в коливальному русі, тобто  $M_c = \beta \dot{\phi}$ . Рівняння руху приводиться до виду

$$\ddot{y} + 2v\dot{y} + \lambda^2 y = 0,$$

де  $y = \phi$ ;  $v = \frac{\beta}{J_n}$ ;  $\lambda^2 = \frac{C_n}{J_n}$ ;  $J_n$  - приведений момент інерції.

Рішення цього рівняння має вигляд

$$y = e^{-vt} \frac{\dot{y}_0}{\sqrt{\lambda^2 - v^2}} \sin \sqrt{\lambda^2 - v^2} \cdot t.$$

В якості початкових умов прийняти:  $t=0$ ;  $y=y_0=\phi_0=0$ ;  $\dot{y}=\dot{y}_0=\dot{\phi}_0=-\omega$ .

При визначенні числа коливань  $N$  покажчика, при якому його амплітуда зменшиться в  $n$  раз, слід врахувати, що через час, що дорівнює умовному періоду коливання  $T_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{\lambda^2 - \nu^2}}$ , максимальне відхилення приведеної маси покажчика від положення рівноваги (амплітуда) зменшується від величини  $\varphi_1$  до величини  $\varphi_2 = \varphi_1 e^{-\nu T_1}$ , де  $\nu T_1 = \ln \frac{\varphi_1}{\varphi_2}$  - декремент загасання. При зменшенні амплітуди в  $n$  разів  $N$  визначається зі співвідношення

$$N = \frac{\ln n}{\nu T_1}.$$

При виконанні завдання слід мати на увазі, що розглянутий механізм зводяться до двохмасової динамічної моделі, маси якої пов'язані пружною ланкою.

#### 4. ВКАЗІВКИ ДО ВИРІШЕННЯ ЗАВДАНЬ

У завданнях 1-го розділу проводяться розрахунки, пов'язані з зрівнюванням головного вектора сил інерції ланок плоских важільних механізмів, з метою зниження динамічного впливу працюючих механізмів на фундамент.

Повне урівноваження головного вектора сил інерції механізму має місце, якщо загальний центр мас рухливих ланок знаходиться в одній і тій же точці, нерухомою щодо стійки. При частковому зрівнюванні цього вектора загальний центр мас може переміщатися тільки уздовж певної осі.

При вирішенні завдання визначаються маси противаг або координати їхніх центрів мас. Найбільш просте рішення задачі статичного зрівнювання мас плоских механізмів отримується за методом заміщуючих мас.

При динамічному дослідженні механізму або машинного агрегату в задачах 2-го розділу необхідно скласти диференціальне рівняння руху ланки приведення у формі

$$m \frac{dv}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2} = P_o - P_c,$$

при поступальному русі ланки приведення або

$$J \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d^2\phi}{dt^2} = M_o - M_c,$$

при обертальному русі ланки приведення, де  $m$  - маса ланки приведення;  $x$  або  $\phi$  - переміщення;  $v$  або  $\omega$  - швидкість;  $t$  - час;  $P_o$  - приведена рушійна сила;  $P_a$  - приведена сила опору;  $J$  - приведений момент інерції рухомих мас механізму;  $M_o$  - приведений момент рушійних сил;  $M_c$  - приведений момент сил опору.

В багатоланковому механізмі або агрегаті за ланку приведення приймають ланку, рух якої вивчається в поставленому завданні. До обраної ланки приводять маси рухливих ланок механізму і діючі сили.

Інтегруючи складене диференціальне рівняння, визначають залежність швидкості  $v = \frac{dx}{dt}$  або  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$  і залежність переміщення  $x$  або  $\varphi$  від часу. Довільні постійні слід визначити з початкових умов.

Інтегрування рівняння руху можна виконати аналітичним або графічним методом.

Швидкість сталого руху  $\omega_y$  отримують із співвідношення  $\omega = f(t)$  граничним переходом

$$\omega_y = \lim_{t \rightarrow \infty} f(t),$$

або використовують умову, що при швидкості сталого руху рушійний момент дорівнює моменту опору:  $M_d(\omega_y) = M_c(\omega_y)$ .

Рекомендується всі, що зустрічаються в роботі рівняння вирішувати спочатку в буквених виразах, а потім в отриманий рівності загального вигляду підставити числові значення.

Для довідок наводяться інтеграли, що зустрічаються при вирішенні завдань (довільні постійні опущені):

$$\int \frac{dx}{Ax + B} = \frac{1}{A} \ln \left| x + \frac{B}{A} \right|;$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{Ax + B}} = \frac{2}{A} \sqrt{Ax + B};$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}} = \frac{1}{\sqrt{A}} \ln \left| 2\sqrt{A} \cdot \sqrt{Ax^2 + Bx + C} + 2Ax + B \right|,$$

де  $A > 0$ ;

$$\int \frac{dx}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}} = -\frac{1}{\sqrt{-A}} \arcsin \left( \frac{2Ax + B}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \right)$$

при  $A < 0$  і  $4AC - B^2 < 0$ ;

$$\int \frac{dx}{A^2 + x^2} = \frac{1}{2A} \ln \left| \frac{A+x}{A-x} \right|;$$
$$\int \frac{dx}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}} = \frac{2}{\sqrt{4AC - B^2}} \operatorname{arctg} \left( \frac{2Ax + B}{\sqrt{4AC - B^2}} \right)$$

де  $B^2 - 4AC < 0$ ;

$$\int \frac{dx}{\sqrt{Ax^2 + Bx + C}} = \frac{1}{\sqrt{B^2 - 4AC}} \ln \left| \frac{2Ax + B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2Ax + B + \sqrt{B^2 - 4AC}} \right|$$

де  $B^2 - 4AC > 0$ ;

$$\int \frac{dx}{x^2 + A^2} = \frac{1}{A} \operatorname{arctg} \left( \frac{x}{A} \right).$$

У завдання 3-го розділу виконується динамічний аналіз механізму з урахуванням коливального руху. Для вирішення завдання необхідно скласти диференціальне рівняння коливального руху або систему диференціальних рівнянь. Це рівняння являє собою лінійне диференціальне рівняння другого порядку з постійними коефіцієнтами з правою частиною (у разі вимушених коливань) і без правої частини (при вільних затухаючих коливаннях).

Диференціальне рівняння слід представити в безрозмірному вигляді з коефіцієнтом при старшій похідній рівним одиниці. При вимушених гармонічних коливаннях воно буде мати вигляд

$$\ddot{y} + 2\gamma\dot{y} + \lambda^2 y = f(t),$$

де  $\nu$  - коефіцієнт демпфування, що виражає дію сил опору, що залежать від швидкості;  $\lambda$  - власна частота механізму при відсутності демпфірування (при  $\nu=0$ ).

Загальне рішення цього рівняння:  $y=y_1+y_2$ , де  $y_1$  - рішення рівняння без правої частини;  $y_2$  - приватне рішення рівняння.

Рішення  $y_1$  має вигляд

$$y_1 = Ce^{-\nu t} \sin(\lambda_* t + \theta),$$

де  $\lambda = \sqrt{\lambda^2 - \nu^2}$  - власна частота механізму з урахуванням демпфування;  $C, \theta$  - постійні інтегрування, що визначаються з умов ( $t=0, y=y_0, \dot{y} = \dot{y}_0$ ):

$$C = \sqrt{y_0^2 + \frac{(\dot{y}_0 + \nu y_0)^2}{\lambda_*^2}}; \quad \theta = \operatorname{arctg} \frac{y_0 \lambda_*}{\dot{y}_0 + \nu y_0}.$$

Приватне рішення  $y_2$  рівняння має вигляд функції  $f(t)$ , невідомі коефіцієнти якої визначаються після підстановки функції в ліву частину диференціального рівняння і спільного рішення з правою.



## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для втузов. - 4-е изд., перёраб. и доп. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 640 с.
2. Левитская О.Н., Левитский Н.И. Курс теории механизмов и машин: Учеб. пособие для мех. спец. вузов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1985. - 279 с.
3. Левитский Н. И. Теория механизмов и машин. - М.: Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. - 576 с.